

BAGAIMANA MENENTUKAN BENAR TIDAKNYA SUATU PERNYATAAN?

Fadjar Shadiq

Dimulai sejak kecil, setiap manusia, sedikit demi sedikit akan melengkapi perbendaharaan kata-katanya. Di saat berkomunikasi, seseorang harus menyusun atau merangkai kata-kata yang dimilikinya menjadi suatu kalimat yang memiliki arti. Contoh kalimat yang tidak memiliki arti adalah: "5 mencintai 7." Secara umum dapat dinyatakan bahwa kalimat adalah susunan kata-kata yang memiliki arti yang dapat berupa:

- Pernyataan, dengan contoh: "Pintu itu tertutup",
- Pertanyaan, dengan contoh: "Apakah pintu itu tertutup?",
- Perintah, dengan contoh: "Tutup pintu itu!", ataupun
- Permintaan, dengan contoh: "Tolong pintunya ditutup."

Dari empat macam kalimat tersebut, hanya pernyataan saja yang memiliki nilai benar atau salah, tetapi tidak sekaligus benar atau salah. Meskipun para ilmuwan, matematikawan, ataupun ahli-ahli lainnya sering menggunakan beberapa macam kalimat tersebut dalam kehidupan sehari-hari mereka, namun hanya pernyataan saja yang menjadi perhatian mereka dalam mengembangkan ilmunya. Alasannya, kebenaran suatu teori ataupun pendapat yang dikemukakan setiap ilmuwan, matematikawan, maupun para ahli lainnya seperti ulama sebagai ahli agama merupakan suatu hal yang akan sangat menentukan reputasi mereka. Karenanya, setiap ilmuwan, matematikawan, ataupun ahli-ahli lainnya akan berusaha untuk menghasilkan suatu pernyataan atau teori yang benar. Suatu pernyataan (termasuk teori) tidak akan ada artinya jika tidak bernilai benar. Karenanya, pembicaraan mengenai benar tidaknya suatu kalimat yang memuat suatu teori telah menjadi pembicaraan dan perdebatan para ahli filsafat dan logika sejak dahulu

kala. Beberapa nama menurut Yuyun S Suriasumantri (1988) yang patut diperhitungkan karena telah berjasa untuk kita adalah Plato (427 – 347 SM), Aristoteles (384 – 322 SM), Charles S Peirce (1839 – 1914), dan Bertrand Russell (1872 – 1970). Paparan berikut akan membicarakan tentang kebenaran, dalam arti, bilamana suatu pernyataan yang dimuat di dalam suatu kalimat disebut benar dan bilamana disebut salah. Untuk menjelaskan tentang kriteria kebenaran ini perhatikan dua kalimat berikut:

- a. Semua manusia akan mati.
- b. Jumlah besar sudut-sudut suatu segitiga adalah 180° .

Pertanyaannya, dari dua kalimat tersebut, kalimat manakah yang bernilai benar dan manakah yang bernilai salah. Pertanyaan selanjutnya, mengapa kalimat tersebut dikategorikan bernilai benar atau salah, dan bilamana suatu kalimat dikategorikan sebagai kalimat yang bernilai benar atau salah. Untuk menjawab pertanyaan tersebut, Suriasumantri (1988) menyatakan bahwa ada tiga teori yang berkait dengan kriteria kebenaran ini, yaitu: teori korespondensi, teori koherensi, dan teori pragmatis. Namun sebagian buku hanya membicarakan dua teori saja, yaitu teori korespondensi dan teori koherensi sehingga pembicaraan kita hanya berkait dengan dua teori tersebut.

TEORI KORESPONDENSI

Teori korespondensi (*the correspondence theory of truth*) menunjukkan bahwa suatu pernyataan akan bernilai benar jika hal-hal yang terkandung di dalam pernyataan tersebut sesuai atau cocok dengan keadaan yang sesungguhnya. Contohnya, "Semua manusia akan mati," merupakan suatu pernyataan yang bernilai benar karena kenyataannya memang demikian. Artinya, kalimat yang menyatakan bahwa semua manusia akan

mati tersebut adalah sesuai atau cocok dengan keadaan yang sesungguhnya, yaitu sejak jaman dahulu kala sampai saat ini, setiap makhluk hidup yang bernama manusia akan mati. Tidak hanya itu, tidak dapat ditunjukkan akan adanya orang (bahkan hanya satu orangpun) yang bersifat kekal atau abadi. Namun pernyataan "Tokyo adalah Ibukota Singapura", menurut teori ini akan bernilai salah karena hal-hal yang terkandung di dalam pernyataan itu tidak sesuai dengan kenyataannya.

Teori-teori Ilmu Pengetahuan Alam banyak didasarkan pada teori korespondensi ini. Hal ini berarti bahwa teori-teori atau pernyataan-pernyataan Ilmu Pengetahuan Alam akan dinilai benar jika pernyataan itu melaporkan, mendeskripsikan, ataupun menyimpulkan kenyataan atau fakta yang sebenarnya. Contohnya, pernyataan semua logam jika dipanasi akan memuai merupakan contoh dari suatu pernyataan yang bernilai benar. Pada dekade-dekade yang lalu, pernyataan semua angsa berbulu putih dikategorikan sebagai pernyataan yang benar. Pernyataan tersebut lalu bernilai salah ketika ditemukan angsa berbulu hitam di Australia. Hal ini menunjukkan bahwa pernyataan tentang semua angsa berbulu putih telah mendeskripsikan atau menjelaskan kenyataan atau fakta yang sebenarnya pada saat benua Australia belum diketemukan; namun pernyataan itu lalu tidak mendeskripsikan atau tidak menjelaskan kenyataan atau fakta yang sebenarnya pada saat benua Australia diketemukan. Karenanya, kebenaran pernyataan yang didasarkan pada penalaran induktif disebut nisbi atau relatif. Artinya, suatu pernyataan hanya akan bernilai benar selama belum ada contoh sangkalan (*counter example*) yang menyanggah kebenaran pernyataan seperti itu. Berbeda dengan IPA, Matematika yang tidak hanya didasarkan pada kenyataan atau fakta semata-mata namun didasarkan pada rasio dan

aksioma telah melahirkan teori koherensi yang akan dibahas pada bagian berikut ini.

TEORI KOHERENSI

Teori koherensi menyatakan bahwa suatu kalimat akan bernilai benar jika pernyataan yang terkandung di dalam kalimat itu bersifat koheren, konsisten, atau tidak bertentangan dengan pernyataan-pernyataan sebelumnya yang dianggap benar. Contohnya, pengetahuan Aljabar telah didasarkan pada pernyataan pangkal yang dianggap benar. Pernyataan yang dianggap benar itu disebut aksioma atau postulat.

Vance (19..) menyatakan ada enam aksioma yang berkait dengan bilangan real a , b , dan c terhadap operasi penjumlahan (+) dan perkalian (.) berlaku sifat:

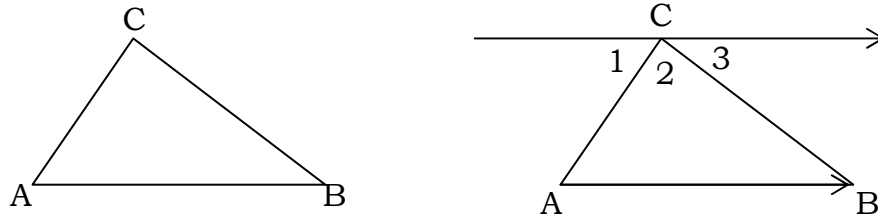
- 1) tertutup, $a + b \in R$ dan $a.b \in R$.
- 2) asosiatif, $a + (b + c) = (a + b) + c$ dan $a.(b.c) = (a.b).c$
- 3) komutatif, $a + b = b + a$ dan $a.b = b.a$
- 4) distributif, $a.(b + c) = a.b + a.c$ dan $(b + c).a = b.a + c.a$
- 5) identitas, $a + 0 = 0 + a = a$ dan $a.1 = 1.a = a$
- 6) invers, $a + (-a) = (-a) + a = 0$ dan $a.\frac{1}{a} = \frac{1}{a}.a = 1$

Berdasar enam aksioma itu, teorema seperti $-b + (a + b) = a$ dapat dibuktikan.

Bukti:

$$\begin{aligned} -b + (a + b) &= -b + (b + a) && \text{Aks 3 - Komutatif} \\ &= (-b + b) + a && \text{Aks 2 - Asosiatif} \\ &= 0 + a && \text{Aks 6 - Invers} \\ &= a && \text{Aks 5 - Identitas} \end{aligned}$$

Dengan demikian jelaslah bahwa bangunan matematika didasarkan pada rasio semata-mata, kepada aksioma-aksioma yang dianggap benar tadi. Suatu hal yang sudah jelas benar pun harus ditunjukkan atau dibuktikan kebenarannya dengan langkah-langkah yang benar. Demikian juga pernyataan bahwa jumlah besar sudut-sudut suatu segitiga 180° akan bernilai benar karena konsisten dengan aksioma yang sudah disepakati kebenarannya dan konsisten juga dengan dalil atau teorema sebelumnya yang sudah terbukti. Untuk membuktikan teorema matematika di atas, harus dibuktikan bahwa pada gambar di kiri bawah ini akan berlaku $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$.



Untuk membuktikannya, dibuatlah garis pertolongan, yaitu garis yang melalui titik C dan sejajar dengan AB seperti terlihat pada gambar kanan atas. Berdasar teorema sebelumnya yang sudah dibuktikan kebenarannya yang menyatakan bahwa jika dua garis sejajar dipotong garis lain maka sudut-sudut dalam berseberangannya akan sama besar. Dengan demikian $\angle A = \angle C_1$ dan $\angle B = \angle C_3$; sehingga didapat:

$$\begin{aligned} \angle A + \angle B + \angle C &= \angle C_1 + \angle C_3 + \angle C_2 \\ &= 180^\circ. \end{aligned}$$

Penentuan besar $\angle C_1 + \angle C_3 + \angle C_2$ adalah sama dengan 180° didasarkan juga pada fakta bahwa ketiga sudut itu membentuk sudut lurus yang berdasar pada definisi besar sudut pada satu putaran penuh adalah 360° , maka sudut lurus besarnya 180° . Sekali lagi, hal ini menunjukkan bahwa

bangunan matematika di samping telah didasarkan pada rasio semata-mata, kepada aksioma-aksioma yang dianggap benar tadi, didasarkan pada definisi-definisi yang sudah ditetapkan, serta didasarkan pada teorema-teorema maupun rumus-rumus yang sebelumnya sudah dibuktikan kebenarannya. Di dalam matematika suatu hal yang sudah jelas benar pun harus ditunjukkan atau dibuktikan kebenarannya dengan langkah-langkah penalaran deduktif yang valid/sahih/absah/correct.

CONTOHNYA DALAM PEMECAHAN MASALAH

Selesaikan masalah ini.

Diandaikan bahwa Hogog selalu berbohong dan Guru selalu berkata benar. Tiga orang sedang berbincang-bincang. Mereka adalah A, B dan C yang menjadi Hogog atau Guru namun tidak ada yang merangkap sebagai Guru sekaligus Hogog.

Perbincangan mereka adalah sebagai berikut:

A : "Kami bertiga Guru."

B : "Si A berkata benar."

C : "Tidak. Si A berbohong."

Yang mana dari ketiga orang tersebut yang Hogog dan mana yang Guru.

Berhentilah membaca untuk sementara. Sekali lagi, selesaikanlah masalah di atas terlebih dahulu, dan sebagai petunjuk, perhatikan pernyataan B dan C sebagai acuan pertama.

Pada masalah di atas telah dinyatakan bahwa telah diandaikan bahwa Hogog selalu berbohong dan Guru selalu berkata benar. Di dalam matematika, pernyataan seperti itu tingkatnya sama seperti aksioma atau postulat yang nilainya diasumsikan atau dianggap benar. Sekali lagi, perhatikan pernyataan B dan C yang saling bertentangan. Dalam hal ini, si B menyatakan bahwa: "Si A berkata benar," namun sebaliknya si C

menyatakan: "Si A berbohong." Di dalam logika, pernyataan B merupakan lawan, ingkaran, atau negasi dari pernyataan C. Begitu juga sebaliknya, pernyataan C merupakan lawan, ingkaran, atau negasi dari pernyataan B. Dari contoh masalah ini nampaklah bahwa jika pernyataan B bernilai benar (B) maka pernyataan C akan bernilai salah (S). Begitu juga sebaliknya, jika pernyataan B bernilai salah (S), maka pernyataan C akan bernilai benar (B). Pada akhirnya, sesuai dengan pernyataan bahwa Hogog selalu berbohong dan Guru selalu berkata benar, maka salah satu di antaranya adalah Hogog dan yang satu lagi adalah Guru. Hal ini akan mengakibatkan bahwa pernyataan A akan bernilai salah (S). Kesimpulan pertama yang didapat, A adalah Hogog. Kesimpulan berikutnya si C adalah seorang Guru, karena pernyataan yang dikemukakan si C telah mendeskripsikan atau menjelaskan kenyataan atau fakta yang sebenarnya. Namun pernyataan si B akan bernilai salah karena isi pernyataannya tidaklah mendeskripsikan atau menjelaskan kenyataan atau fakta yang sebenarnya. Kesimpulan umumnya, si A dan si B adalah Hogog, sedangkan si C adalah seorang guru.

Contoh ini menunjukkan bahwa seorang guru matematika SMU atau SMK dapat mengajarkan suatu konsep, yaitu konsep negasi atau ingkaran, melalui suatu masalah. Sejalan dengan teori pembelajaran terbaru seperti konstruktivisme dan munculnya pendekatan baru seperti RME (*Realistic Mathematics Education*), PBL (*Problem Based Learning*), serta CTL (*Contextual Teaching & Learning*), maka pendekatan terbaru yang dapat dilakukan adalah, proses pembelajaran di kelas dapat dimulai dari masalah nyata yang pernah dialami atau dapat dipikirkan para siswa, seperti masalah di atas, dilanjutkan dengan kegiatan bereksplorasi untuk memecahkan masalah tersebut. Dengan kegiatan seperti ini, diharapkan para siswa SMU ataupun SMK akan dapat memahami konsep negasi atau ingkaran suatu pernyataan dengan lebih baik karena diri mereka sendiri

beserta kelompoknya yang menemukan lagi (*me-reinvent*) konsep tersebut.

PENUTUP

Dari paparan di atas jelaslah bahwa nilai kebenaran dua pernyataan berikut:

- a) Semua manusia akan mati.
- b) Jumlah besar sudut-sudut suatu segitiga adalah 180° .

adalah sama-sama bernilai benar, namun dengan alasan yang berbeda. Pernyataan a) bernilai benar karena pernyataan itu melaporkan, mendeskripsikan ataupun menyimpulkan kenyataan atau fakta yang sebenarnya. Yaitu karena sampai detik ini, belum pernah ada orang yang hidup kekal dan abadi. Pernyataan a) tersebut akan bernilai salah jika sudah ditemukan suatu alat atau obat yang sangat canggih sehingga akan ada orang yang tidak bisa mati lagi. Sedangkan pernyataan b) bernilai benar karena pernyataan itu konsisten atau koheren ataupun tidak bertentangan dengan aksioma yang sudah disepakati kebenarannya dan konsisten juga dengan dalil atau teorema sebelumnya yang sudah terbukti. Itulah sekilas tentang teori korespondensi dan teori koherensi yang memungkinkan kita untuk dapat menentukan benar tidaknya suatu pernyataan.

Daftar Pustaka.

Suriasumantri, J.S. (1988). *Filsafat Ilmu*. Jakarta: Sinar Harapan.

Vance, E. P. (19..). *Modern College Algebra*. London : Addison Wesley.